

۱. حاصل ضرب مقسوم‌علیه‌های عدد 3^{100} کدام است؟

- (۱) 3^{101} (۲) 3^{2525} (۳) 3^{5050} (۴) 3^{2525}

۲. اگر $a = n$ و $b = n + 1$ ، حاصل عبارت $\frac{[a, [a, b]]}{(b, (a, b))}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{a}{b}$ (۳) $\frac{b}{a}$ (۴) ab

۳. اگر باقی‌مانده‌ی تقسیم سه عدد ۹۷، ۱۲۱ و ۱۴۵ بر f برابر با ۱ باشد، بیشترین مقدار f کدام گزینه است؟

- (۱) ۵۴ (۲) ۳۶ (۳) ۴۸ (۴) ۲۴

۴. اگر $x = \frac{y}{2}$ ، حاصل عبارت $\frac{[x, (y, x), y]}{(y, [x, [y, x]])}$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) ۲ (۴) $2x$

۵. اگر a بر b بخش‌پذیر باشد، حاصل عبارت $[(aa, a), (bb, b)]$ کدام گزینه است؟

- (۱) b (۲) a (۳) ۱ (۴) ab

۶. اگر حاصل ضرب دو عدد ۶۴۸ باشد، حداکثر ب‌م‌ا این دو عدد کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) $3^2 \times 2^3$ (۳) ۹ (۴) ۲۱

۷. حاصل عبارت $\frac{(x, x^2y) \div [x^3y^2, xy^2, xy]}{(x^3y^3, y^2x^2)}$ کدام گزینه است؟

- (۱) ۱ (۲) $\frac{1}{x^4y^4}$ (۳) $\frac{x^2}{y^2}$ (۴) $\frac{x^4}{y^4}$

۸. اگر $(a, b) = 9$ حاصل عبارت (aa, bb) کدام گزینه است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۸۱ (۳) ۲۷ (۴) ۳

۹. $5^7 - 3^7$ بر کدام عدد بخش‌پذیر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۱۰ (۴) ۱۹

۱۰. حاصل ضرب شمارنده‌های عدد ۱۸ کدام است؟

- (۱) ۳۱۸ (۲) ۵۸۳۲ (۳) ۳۲۴ (۴) ۴۸۳۲

۱۱. اگر ب‌م‌ا دو عدد $12a$ و $18a$ برابر ۴۲ باشد کم‌م آن کدام است؟

- (۱) ۱۶۸ (۲) ۲۵۲ (۳) ۸۴ (۴) ۳۷۸

۱۲. کم‌م دو عدد $9a$ و $12a$ مساوی ۱۸۰ است. عدد a کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۸ (۳) ۲۴ (۴) ۱۲

۱۳. در مورد دو عدد ۱۱۰۱۱ و $(75^{24} + 76^{23} + 1^{23})$ کدام گزینه درست است؟

- (۱) هر دو اول‌اند. (۲) هر دو مرکب‌اند.
(۳) ۱۱۰۱۱ اول است. (۴) $75^{24} + 76^{23} + 1^{23}$ اول است.

۱۴. اگر $(A, B) = C$ و $[A, B] = D$ ، حاصل عبارت (AB, CD) کدام است؟

- (۱) $C + D$ (۲) $[C, D]$ (۳) AB (۴) $CD \times (C, D)$

۱۵. اگر a یکی از شماره‌های b باشد، حاصل عبارت $\frac{[b, (a, b)]}{(b, [a, b])}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{a}{b}$ (۲) $\frac{b}{a}$ (۳) ۱ (۴) a

۱۶. اگر m و n دو عدد متباین باشند، حاصل عبارت $\frac{([m, n], (m, n))}{([m, m], (n, n))}$ کدام است؟

- (۱) $m \times n$ (۲) ۱ (۳) $\frac{m}{n}$ (۴) $\frac{n}{m}$

۱۷. حاصل ضرب ۳ عدد اول مختلف، همواره بر چند عدد مرکب بخش پذیر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۸. اگر کمم دو عدد $4a$ و $18a$ ، 72 باشد، در مورد a کدام گزینه درست است؟

- (۱) a عدد فرد اول است. (۲) a مضربی از ۳ است. (۳) a نمی‌تواند عددی اول باشد. (۴) a کوچک‌ترین عدد اول است.

۱۹. در تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۲۰۰ به روش غربال، صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، کدام است؟

- (۱) ۵۷ (۲) ۶۰ (۳) ۶۳ (۴) ۶۶

گزینه ۳

$$3^{100} \text{ مقسوم علیه‌های } \{1, 3, 3^2, 3^3, 3^4, 3^5, \dots, 3^{99}, 3^{100}\}$$

$$1 \times 3 \times 3^2 \times 3^3 \times 3^4 \times 3^5 \times \dots \times 3^{100} \\ = 3^{1+2+3+\dots+100} = 3^{\frac{100 \times 101}{2}} = 3^{5050}$$

گزینه ۴ a و b دو عدد متوالی اند، بنابراین:

$$(a, b) = 1$$

$$\frac{[a, [a, b]]}{(b, (a, b))} = \frac{[a, ab]}{(b, 1)} = \frac{ab}{1} = ab$$

گزینه ۳ باقی مانده‌ی تقسیم، عدد ۱ است، یعنی یکی کمتر از همه‌ی این عددها بر f بخش پذیر است، بنابراین:

$$(96, 120, 144) = 2^3 \times 3 = 24 \\ \begin{matrix} 96 & 120 & 144 \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2^5 \times 3 & 2^3 \times 3 \times 5 & 2^4 \times 3^2 \end{matrix}$$

گزینه ۴ عبارت $y = 2x$ یعنی y بر x بخش پذیر است.

$$\frac{[x, (y, x), y]}{(y, [x, [y, x]])} = \frac{[x, x, y]}{(y, [x, y])} = \frac{y}{(y, y)} = \frac{y}{y} = 1$$

گزینه ۵ از آنجایی که a بر b بخش پذیر است، داریم:

$$\frac{a}{(a, a)}, \frac{b}{(b, b)} \Rightarrow [a, b] = a$$

گزینه ۶ باید به طور مساوی ضریبها را بین A و B قسمت کنیم:

$$\begin{array}{r|l} 648 & 2 \\ 324 & 2 \\ 162 & 2 \\ 81 & 3 \\ 37 & 3 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} 648 = 2^3 \times 3^4 \\ A = 2^2 \times 3^2 \\ B = 2 \times 3^2 \end{array} \right\} \Rightarrow (A, B) = 2 \times 3^2 = 18$$

گزینه ۷

$$\frac{(x, x \times x \times y) \div [x \times yx \times y \times x, x \times y \times y, x \times y]}{(x \times x \times x \times y \times y \times y, y \times y \times x \times x)}$$

$$= \frac{x \div x \times x \times x \times y \times y}{x \times x \times y \times y} = \frac{\cancel{x} xxyy}{xxyy} = \frac{1}{xxyy} = \frac{1}{xxxxyyyy} = \frac{1}{x^4 y^4}$$

گزینه ۸ از هر کدام دو بار تکرار می شود.

$$(a, b) = 9 = 3^2 \quad (aa, bb) = 3^4 = 81$$

گزینه ۹ نکته: اگر n عددی زوج باشد آنگاه $a^x - b^n$ هم بر $(a - b)$ و هم بر $(a + b)$ بخش پذیر است. اما اگر n عددیفرد باشد آنگاه فقط بر $a - b$ بخش پذیر است.توان ۷ عددی فرد است پس فقط بر $2 = 3 - 5$ بخش پذیر است.

۱۰. گزینه ۲

$$18 = 2 \times 3 \times 3 = 3^2 \times 2$$

$$(2+1) \times (1+1) = 6$$

$$\text{تعداد شمارنده} = 18 \times \frac{6}{2} = 18^2 = 18^3 = 5832$$

۱۱. گزینه ۲

$$12a = 2^2 \times 3 \times a \quad \text{و} \quad 18a = 2 \times 3^2 \times a$$

$$\text{بم} = 2 \times 3 \times a = 42 \Rightarrow a = 7$$

$$\text{کم} = 2^2 \times 3^2 \times a = 2^2 \times 3^2 \times 7 = 252$$

۱۲. گزینه ۱

$$9a = 3^2 \times a \quad 12a = 2^2 \times 3 \times a$$

$$\text{کم} = 2^2 \times 3^2 \times a = 36a = 180 \rightarrow a = 5$$

۱۳. گزینه ۲ عدد ۱۱۰۱۱ بر ۱۱ بخش پذیر است.

و عدد $1^{23} + 76^{23} + 75^{24}$ دارای یکان $(2 = 1 + 6 + 5)$ می باشد، پس زوج است و بر ۲ بخش پذیر است.۱۴. گزینه ۳ روش اول: این سؤال را با مثال حل می کنیم. فرض می کنیم: $[A, B] = D$ $(A, B) = C$

$$A = 4, B = 6 \quad \left. \begin{array}{l} (4, 6) = 2 \\ [4, 6] = 12 \end{array} \right\} \Rightarrow (24, 24) = 24$$

روش دوم: حتماً CD بر AB بخش پذیر است، بنابراین بم آن عدد کوچکتر یعنی AB است.۱۵. گزینه ۳ b بر a بخش پذیر است، بنابراین:

$$\frac{[b, (a, b)]}{(b, [a, b])} = \frac{[b, a]}{(b, b)} = \frac{b}{b} = 1$$

۱۶. گزینه ۲

$$(m, n) = 1 \Rightarrow \frac{([m, n], (m, n))}{([m, m], (n, n))} = \frac{(mn, 1)}{(m, n)} = \frac{1}{1} = 1$$

۱۷. گزینه ۳ سه عدد a, b و c فرض می کنیم در نتیجه حاصل ضرب آن‌ها abc می شود. در نتیجه بر اعداد مرکب ab و ac و bc و abc بخش پذیر است.مثال: اگر $a = 2, b = 3, c = 5$ باشد، داریم: $2 \times 3 \times 5 = 30$

در نتیجه:

$$\frac{30}{2 \times 3} = 5, \quad \frac{30}{2 \times 5} = 3, \quad \frac{30}{3 \times 5} = 2, \quad \frac{3}{2 \times 3 \times 5} = 1$$

۱۸. گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} 4a = 2 \times 2 \times a \\ 18a = 2 \times 3^2 \times a \end{array} \right\} \Rightarrow (4a, 18a) = 2a \Rightarrow \frac{2}{\cancel{4a}} \times 18a = 72 \Rightarrow 36a = 72 \Rightarrow a = 2$$

پس گزینه ۴ درست است.

۱۹. گزینه ۳ عدد ۱ را خط می زنیم \leftarrow بنابراین یک عدد خط می خورد.مضارب عدد ۲ را به جز خودش خط می زنیم \leftarrow بنابراین ۹۹ عدد خط می خورد.

از مضارب عدد ۳، زوج‌ها قبلاً خط خورده‌اند و فقط اعداد فرد مضرب ۳ را به‌جز خودش خط می‌زنیم که برای یافتن صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، ۱۰ تا از این مضارب را باید بشماریم، یعنی ۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷، ۳۳، ۳۹، ۴۵، ۵۱، ۵۷، ۶۳ بنابراین صد و دهمین عددی که خط می‌خورد، عدد ۶۳ می‌باشد.

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۴۷۷۵۱۷

۲ -۵	۱ -۴	۴ -۳	۴ -۲	۳ -۱
۲-۱۰	۲ -۹	۲ -۸	۲ -۷	۱ -۶
۳-۱۵	۳-۱۴	۲-۱۳	۱-۱۲	۲-۱۱
	۳-۱۹	۴-۱۸	۳-۱۷	۲-۱۶