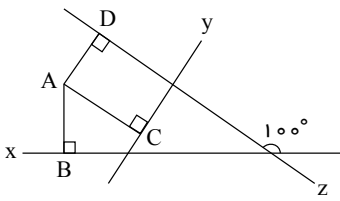
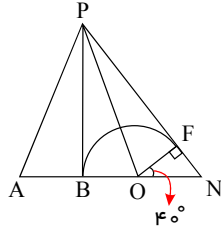


۱. در شکل زیر $AD \perp z$ ، $AB \perp x$ و $AC \perp y$ می‌باشند. زاویه BAD چند درجه است؟



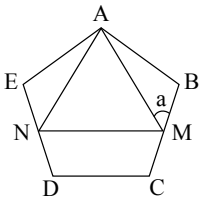
- ۱۰۰ (۱)
- ۱۲۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۱۱۰ (۴)

۲. از P مماس‌های PB و PF را بر نیم دایره رسم کرده‌ایم. اگر $OF = OB = AB$ ، آن گاه اندازه \hat{APF} چند درجه است؟



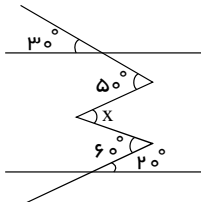
- ۶۰ (۲)
- ۵۰ (۱)
- ۸۰ (۴)
- ۷۰ (۳)

۳. در پنج ضلعی منتظم مقابل مثلث متساوی‌الاضلاع قرار دارد، زاویه a چند درجه است؟



- ۲۴ (۱)
- ۴۸ (۲)
- ۴۱ (۴)
- ۳۲ (۳)

۴. در شکل زیر مقدار x را به دست آورید.



- ۶۰ (۲)
- ۵۰ (۱)
- ۲۰ (۴)
- ۳۰ (۳)

۵. تعداد قطرهای یک چندضلعی از تعداد ضلع‌های آن ۷ واحد بیش تر است. کدام رابطه درست است؟

$n^2 + 5n = -14$ (۴)
 $n^2 - 5n = 14$ (۳)
 $n^2 - 5n = -14$ (۲)
 $n^2 + 5n = 14$ (۱)

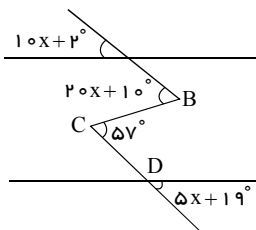
۶. کدام شکل یک مرکز تقارن دارد؟

- (۱) ستاره‌ی ۵ پر
- (۲) ستاره‌ی ۹ پر
- (۳) ستاره‌ی ۶ پر
- (۴) ستاره‌ی ۳ پر

۷. کدام یک از شکل‌های زیر با دوران ۹۰ درجه حول مرکز تقارن بر خودش منطبق می‌شود؟

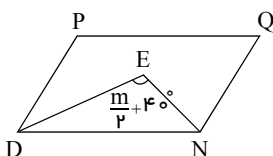
- (۱) $3n$ ضلعی منتظم
- (۲) $4n$ ضلعی منتظم
- (۳) $6n$ ضلعی منتظم
- (۴) $10n$ ضلعی منتظم

۸. در شکل مقابل اگر $F \parallel g$ ، اندازه‌ی زاویه B چند درجه است؟



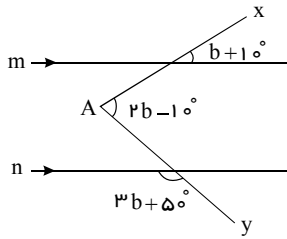
- ۵۷ (۱)
- ۵۸ (۲)
- ۵۹ (۳)
- ۵۰ (۴)

۹. در متوازی‌الاضلاع $PQND$ پاره‌خط‌های DE و NE نیمسازهای زاویه‌ی D و N می‌باشند. مقدار $\frac{5m-2}{3}$ کدام گزینه است؟



- ۱۰۰ (۱)
- ۱۶۶ (۲)
- ۱۳۶ (۴)
- ۱۴۶ (۳)

۱۰. در شکل روبه‌رو $m \parallel n$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی A کدام گزینه است؟

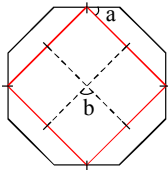


- (۱) 50°
 (۲) 40°
 (۳) 65°
 (۴) 45°

۱۱. اختلاف زاویه‌ی داخلی و خارجی هر رأس یک $(2n - 3)$ ضلعی منتظم، 132 درجه است. $5n + 1$ کدام است؟ ($n \in N$)

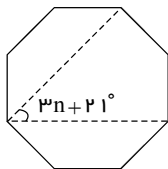
- (۱) 40 (۲) 42 (۳) 44 (۴) 4646

۱۲. در کاشی‌کاری یک هشت ضلعی منتظم به صورت روبه‌رو $a + b$ کدام است؟



- (۱) 90°
 (۲) 45°
 (۳) 135°
 (۴) 150°

۱۳. در هشت ضلعی منتظم مقابل مقدار n کدام گزینه است؟



- (۱) 8°
 (۲) 6°
 (۳) 4°
 (۴) 2°

۱۴. مجموع تعداد قطرهای و ضلع‌های یک $(n + 3)$ ضلعی، 153 است. اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی این چندضلعی چند درجه است؟

- (۱) 24° (۲) 36° (۳) 18° (۴) 20°

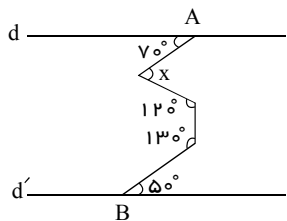
۱۵. اگر تعداد ضلع‌های یک P ضلعی ۱ واحد کم کنیم، از تعداد قطرهای چند واحد کم می‌شود؟

- (۱) $P - 2$ (۲) $P - 1$ (۳) $P + 2$ (۴) $P + 1$

۱۶. اگر در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، مجموع فاصله‌ی نقطه‌های A و C تا قطر BD ، 4 سانتی‌متر و مساحت متوازی‌الاضلاع 20 سانتی‌متر مربع باشد، طول قطر BD چند سانتی‌متر است؟

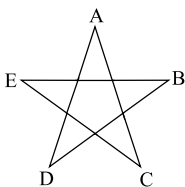
- (۱) 6 (۲) 8 (۳) 10 (۴) 12

۱۷. در شکل روبه‌رو دو خط d و d' موازی‌اند. مقدار زاویه‌ی x چند درجه است؟



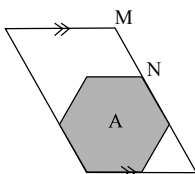
- (۱) 80
 (۲) 90
 (۳) 70
 (۴) 110

۱۸. حاصل $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E}$ چند درجه است؟



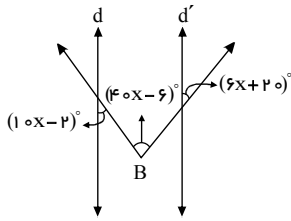
- (۱) 180 (۲) 240 (۳) 250 (۴) 360

۱۹. در شکل مقابل شکل A منتظم است. زاویه‌ی M چند درجه است؟



- (۱) 180 (۲) 120 (۳) 200 (۴) 160

۲۰. با توجه به شکل زیر، اگر $d \parallel d'$ باشد، اندازه زاویه B چند درجه است؟



۳۴ (۲)

۲۰ (۱)

۳۲ (۴)

۴۰ (۳)

۲۱. اگر a و b دو عدد اول باشند و داشته باشیم: $a^3 + b^3 = 351$ حاصل $a - b$ کدام است؟

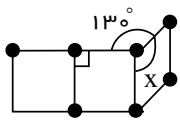
۸ (۴)

۲ (۳)

۹ (۲)

۵ (۱)

۲۲. سینا با تعدادی چوب کبریت، شکل زیر را که ترکیبی از دو مربع و یک متوازی‌الاضلاع می‌باشد ساخته است. مکمل زاویه x کدام



۴۰ (۲)

۱۴۰ (۱)

۳۰ (۴)

۵۰ (۳)

است؟

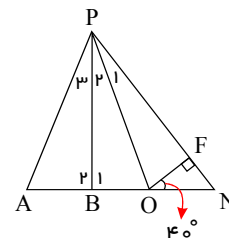
۱. گزینه ۱ اگر محل برخورد خط‌های z و x را E بنامیم، داریم: $\hat{DEB} = 180 - 100 = 80^\circ$
 حال در چهارضلعی $ABED$ چون مجموع زاویه‌های داخلی 360° است.

نتیجه می‌گیریم:

$$90^\circ + \hat{BAD} + 90^\circ + \hat{DEB} = 360^\circ \Rightarrow \hat{BAD} = 360^\circ - (90^\circ + 90^\circ + 80^\circ) = 100^\circ$$

۲. گزینه ۲ با نام‌گذاری زاویه‌ها روی شکل، داریم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{O} = 40^\circ \\ \hat{F} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} \hat{N} = 50^\circ \\ \hat{B} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{P\hat{B}N} \hat{P}_1 + \hat{P}_2 = 40^\circ$$



اکنون با توجه به این که شعاع در نقطه‌ی تماس بر مماس عمود است، داریم:

$$\left. \begin{matrix} 90^\circ = \hat{B}_1 = \hat{F} \\ OP = OP \text{ مشترک} \\ OF = OB \text{ شعاع} \\ = 20^\circ \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \Delta POB = \Delta FOP \Rightarrow \hat{P}_1 = \hat{P}_2 \xrightarrow{\hat{P}_1 + \hat{P}_2 = 40^\circ} \hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 20^\circ$$

به این ترتیب با استفاده از نتایج بالا به دست می‌آوریم:

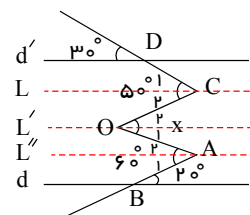
$$\left. \begin{matrix} OB = AB \\ PB = PB \\ \hat{B}_1 = \hat{B}_2 = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \Delta PAB = \Delta PBO \Rightarrow \hat{P}_3 = \hat{P}_1 = \hat{P}_2 = 20^\circ \Rightarrow \hat{APF} = 60^\circ$$

۳. گزینه ۲ زاویه‌ی داخلی پنج ضلعی منتظم برابر است با:

$$\frac{180 \times (5 - 2)}{5} = 108 \Rightarrow B = 108 \Rightarrow A = 108 \Rightarrow \hat{MAB} = \frac{108 - 60}{2} = 24^\circ$$

$$\Rightarrow a = 180^\circ - (24 + 108) = 48$$

۴. گزینه ۲ خطوط L و L' و L'' را به موازات d رسم می‌کنیم.



$$d \parallel L'' \Rightarrow A_1 = B = 20^\circ$$

مورب AB

$$A_2 = A - A_1 \rightarrow 60 - 20 = 40$$

$$L'' \parallel L' \Rightarrow x_1 = A_1 = 40$$

مورب OA

$$d' \parallel L \Rightarrow C_1 = D = 30$$

مورب DC

$$C_2 = C - C_1 = 50 - 30 = 20$$

$$L \parallel L' \quad x_2 = C_2 = 20$$

مورب OC

$$x = x_1 + x_2 = 20 + 40 = 60 \quad \text{بنابراین}$$

۵. گزینه ۳

$$\text{تعداد قطر } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} = n + 7 \Rightarrow n^2 - 3n = 2n + 14 \Rightarrow n^2 - 3n - 2n = 14$$

$$\Rightarrow n^2 - 5n = 14$$

۶. گزینه ۳ باید تعداد پرها مضربی از ۲ باشد. قابل نصف شدن باشد تا از طریق مرکز تقارن نصف دیگر ایجاد شود $2 \times 3 = 6$ و بر هم منطبق شوند.

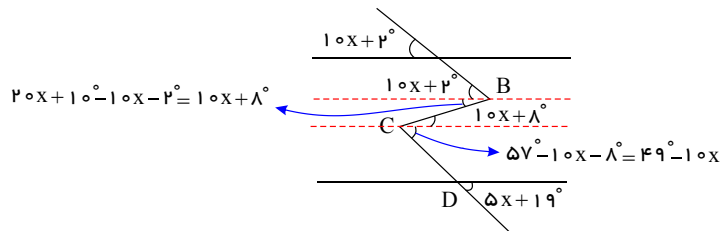
۷. گزینه ۲ چندضلعی‌های منتظمی که تعداد ضلع‌های آن‌ها مضرب ۴ است با دوران ۹۰ درجه بر خودشان منطبق می‌شوند.

۸. گزینه ۴ خط‌های m و n را به موازات با خط‌های F و G به ترتیب از نقاط B و C می‌گذرانیم.

$$49 - 10x = 5x + 19 \Rightarrow -5x - 10x = 19 - 49$$

$$\Rightarrow -15x = -30 \Rightarrow x = 2$$

$$\hat{B} = 20x + 10 = 20(2) + 10 = 40 + 10 = 50^\circ$$



۹. گزینه ۲

$$D + N = 180 \Rightarrow \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}N = 90 \Rightarrow \frac{1}{2}D + \frac{1}{2}N + E = 180 \Rightarrow E = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

$$\frac{m}{2} + 40 = 90 \Rightarrow \frac{m}{2} = 50 \Rightarrow m = 100^\circ$$

$$\frac{5(100) - 2}{3} = \frac{498}{3} = 166^\circ$$

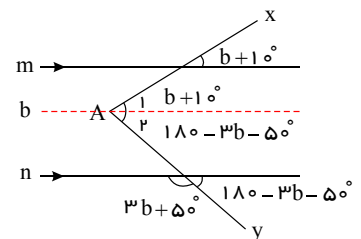
۱۰. گزینه ۳ خط b را موازی با m و n از نقطه‌ی A می‌گذرانیم:

$$b + 10^\circ + 180^\circ - (3b + 50^\circ) = 2b - 10^\circ$$

$$\Rightarrow -2b - 2b = -10^\circ - 140^\circ$$

$$\Rightarrow -4b = -150^\circ \Rightarrow b = \frac{150}{4} \Rightarrow b = 37,5$$

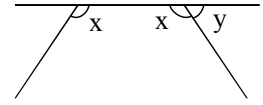
$$\hat{A} = 2b - 10^\circ = 2(37,5^\circ) - 10^\circ = 75^\circ - 10^\circ = 65^\circ$$



۱۱. گزینه ۴

می‌دانیم مجموع زاویه‌ی داخلی و خارجی 180° است.

$$\left. \begin{array}{l} x - y = 132 \\ x + y = 180 \end{array} \right\} \begin{array}{l} + \\ - \end{array} \rightarrow \begin{array}{l} 2x = 312^\circ \Rightarrow x = 156^\circ \\ \leftarrow \text{زاویه‌ی خارجی } y = 24^\circ \end{array}$$



$$\text{تعداد هر زاویه‌ی خارجی } n \text{ ضلعی} = \frac{360}{\text{تعداد اضلاع } 2n - 3} \Rightarrow \text{تعداد اضلاع} = \frac{360}{\text{مقدار هر زاویه } 2n - 3 \text{ ضلعی}}$$

$$= \frac{360}{24} = 15 \text{ تعداد اضلاع}$$

$$2n - 3 = 15 \Rightarrow 2n = 18 \Rightarrow n = 9$$

$$5n + 1 = 5 \times 9 + 1 = 46$$

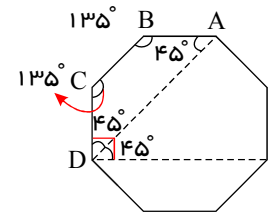
۱۲. گزینه ۳

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی } 8 \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(8 - 2) \times 180}{8} = \frac{6 \times 180}{8} = 135^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} a = 180 - 135^\circ = 45^\circ \\ \text{زاویه‌ی خارجی چندضلعی } b = \frac{360}{4} = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = 45^\circ + 90^\circ = 135^\circ$$

۱۳. گزینه ۱

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی } 8 \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n - 2) \times 180}{2} = \frac{6 \times 180}{8} = 135$$



در چهارضلعی $ABCD$ باید مجموع زوایا 360 باشد.

$$\text{در } ABCD = 360 - (135 + 135) = 90$$

پس $D + A = 90 \leftarrow D = A = 45$ بنابراین:

$$3n + 21 = 45^\circ \Rightarrow 3n = 24 \Rightarrow n = 8$$

۱۴. گزینه ۴ نکته: $(n + 3) + \frac{(n + 3)(n + 3 - 3)}{2}$: مجموع تعداد ضلع‌ها و قطر‌ها می‌باشد.

$$153 = \frac{(n + 3)(n + 3 - 3)}{2} + (n + 3) \Rightarrow \frac{2n + 6 + (n + 3)n}{2} = 153$$

$$2n + 6 + n^2 + 3n = 356 \Rightarrow n^2 + 5n = 300 \Rightarrow n(n + 5) = 15 \times 20 = 300 \Rightarrow n = 15$$

$$\text{اندازه‌ی هر زاویه‌ی خارجی} = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ \Rightarrow \text{تعداد اضلاع} = n + 3 = 18$$

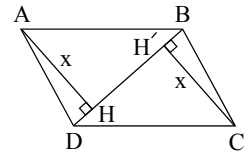
۱۵. گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \text{تعداد قطرهای } P \text{ ضلعی} = \frac{P(P - 3)}{2} \\ \text{تعداد قطرهای } P - 1 \text{ ضلعی} = \frac{(P - 1)(P - 4)}{2} \end{array} \right\} \frac{P(P - 3)}{2} + \frac{(P - 1)(P - 4)}{2}$$

$$= \frac{P^2 - 3P - P^2 + 5P - 4}{2} = \frac{2P - 4}{2} = P - 2$$

۱۶. گزینه ۳

$$\overline{AH} + \overline{CH'} = 4 \Rightarrow x + x = 4 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$



$$S_{ABCD} = S_{\triangle ABD} + S_{\triangle BCD} \Rightarrow r_0 = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{BD} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{BD} \Rightarrow r_0 = 2\overline{BD} \Rightarrow \overline{BD} = 10$$

۱۷. گزینه ۲ سه خط e, f و L به موازات d و d'' می‌باشند.

$$d \parallel e \quad A_1 = \hat{O}_1 = 70^\circ$$

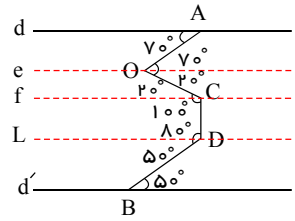
مورب AO

$$L \parallel d' \quad D_1 = B = 50^\circ, \quad D_2 = 130^\circ - 50^\circ = 80^\circ$$

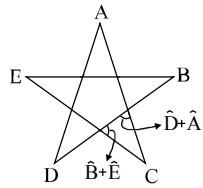
مورب BP

$$e \parallel f \quad C_1 = O_1 = 20^\circ$$

مورب OC



۱۸. گزینه ۱ در مثلث مشخص شده دو زاویه داریم که زوایای خارجی دو مثلث دیگر هستند، بنابراین خواهیم داشت:

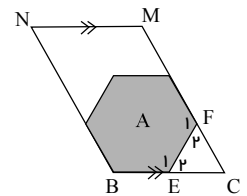


$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} = 180^\circ$$

۱۹. گزینه ۲ شکل A یک شش ضلعی منتظم است، بنابراین هر زاویه آن برابر است با:

$$\frac{(6-2)(180^\circ)}{6} = \frac{4 \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

مورب MC و $NM \parallel BC$



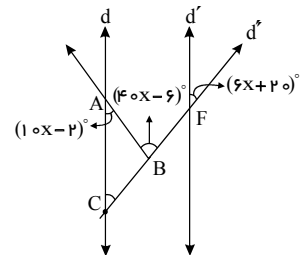
پس:

$$\hat{F}_1 = \hat{E}_1 = 120^\circ \Rightarrow \hat{E}_2 = \hat{F}_2 = 60^\circ \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$

$$\begin{cases} NM \parallel BC \\ \hat{C} = 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

۲۰. گزینه ۲ راه حل اول: با توجه به قانون خطوط موازی و مورب داریم:

$$d \parallel d', \quad \text{مورب} \quad d'' = \hat{F} = \hat{C} = (6x + 20)^\circ$$



از طرفی \hat{B} زاویه خارجی مثلث ABC است، در نتیجه:

$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B}$$

$$10x - 2 + 6x + 20 = 40x - 6$$

$$18 + 6 = 40x - 16x \Rightarrow 24 = 24x \Rightarrow x = 1$$

بنابراین $\hat{B} = 40 - 6 = 34^\circ$ است.

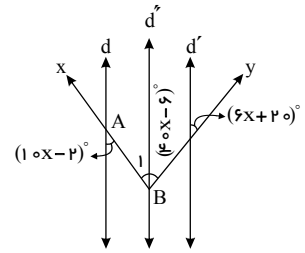
شکل

راه حل دوم:

خط d'' را موازی d, d' به طوری که از B بگذرد رسم می‌کنیم. داریم:

$$\left. \begin{array}{l} d \parallel d'' \text{ و } \hat{B}_1 = \hat{A} = (10x - 2)^\circ \\ d'' \parallel d' \text{ و } \hat{B}_2 = \hat{F} = (6x + 20)^\circ \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow (6x + 20)^\circ + (10x - 2)^\circ = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 = \hat{B} \Rightarrow 6x + 20 + 10x - 2 = 40x - 6 \Rightarrow x = 1$$



بنابراین $\hat{B} = 40 - 6 = 34^\circ$ است.

۲۱. گزینه ۱ راه حل اول:

نکته: اگر مجموع دو عدد اول، فرد باشد، یکی از آن دو عدد، عدد ۲ است.

اگر یک عدد زوج را به هر عدد طبیعی برسانیم حاصل عددی زوج است. همچنین اگر یک عدد فرد را به هر عدد طبیعی برسانیم، حاصل عددی فرد است. مطابق فرض مسأله مجموع مکعب دو عدد، عددی فرد است، پس قطعاً یکی از آن‌ها زوج یعنی مطابق نکته یکی از آن‌ها ۲ بوده است.

حال با استفاده از جدول نظام‌دار دو عدد را به دست می‌آوریم.

مطابق جدول داریم:

بررسی	مجموع مکعب‌ها	مکعب دومین عدد اول	مکعب اولین عدد اول	مجموع	دومین عدد اول	اولین عدد اول
×	۳۵	۲۷	۸	۵	۳	۲
×	۱۳۳	۱۲۵	۸	۷	۵	۲
✓	۳۵۱	۳۴۳	۸	۹	۷	۲

پس دو عدد اول، ۲ و ۷ هستند. در نتیجه تفاضل آن‌ها عدد ۵ می‌باشد و گزینه ۱ درست است.

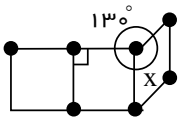
راه حل دوم:

با توجه به نکته عدد کوچک‌تر باید ۲ باشد، بنابراین خواهیم داشت:

$$a^3 + b^3 = 351 \Rightarrow a^3 + 8 = 351 \Rightarrow a^3 = 343 \Rightarrow a = 7$$

پس: $a - b = 7 - 2 = 5$

۲۲. گزینه ۲ با توجه به شکل داریم:



$$\hat{x} = 360^\circ - (130^\circ + 90^\circ) = 360^\circ - 220^\circ \Rightarrow \hat{x} = 140^\circ$$

مکمل زاویه x برابر است با:

$$180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۴۷۷۵۵۱

۳ -۵	۲ -۴	۲ -۳	۲ -۲	۱ -۱
۳-۱۰	۲ -۹	۴ -۸	۲ -۷	۳ -۶
۱-۱۵	۴-۱۴	۱-۱۳	۳-۱۲	۴-۱۱
۲-۲۰	۲-۱۹	۱-۱۸	۲-۱۷	۳-۱۶
			۲-۲۲	۱-۲۱