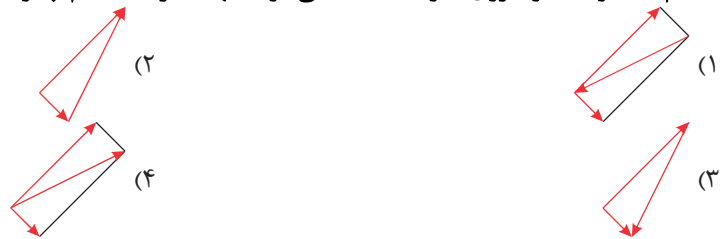
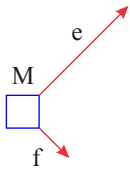


۱. دو نقطه‌ی $M = \begin{bmatrix} 2a-1 \\ a+b \end{bmatrix}$ و $N = \begin{bmatrix} 3-a \\ b-2 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات قرینه‌ی یکدیگرند. مختصات نقطه‌ی M و N کدام است؟

$M = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۴) $M = \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$ (۳) $M = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۲) $M = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۱)
 $N = \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 5 \\ 0 \end{bmatrix}$ $N = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$

۲. جسم M توسط دو نیروی e و f کشیده می‌شود، جهت حرکت جسم چگونه خواهد بود؟



۳. اگر $\vec{AB} + \vec{CA} = \vec{0}$ باشد، کدام گزینه درست نیست؟

- (۱) دو بردار \vec{AB} و \vec{CA} هم‌اندازه‌اند.
 (۲) دو بردار \vec{AB} و \vec{CA} موازی‌اند.
 (۳) دو بردار \vec{AB} و \vec{CA} هم‌جهت‌اند.
 (۴) دو نقطه‌ی B و C برهم منطبق‌اند.

۴. اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} -10 \\ -3 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 10 \\ 3 \end{bmatrix}$ باشد می‌توان گفت:

- (۱) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{0}$ (۲) $\vec{a} = -\vec{b}$ (۳) $\vec{b} = -\vec{a}$ (۴) هر ۳ گزینه درست است.

۵. اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ 14 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} m \\ 2m+1 \end{bmatrix}$ باشند و بدانیم حاصل جمع آن‌ها در امتداد محور عرض‌ها می‌باشد. آن‌گاه $\vec{a} + \vec{b}$

برابر است با:

$\begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۴)

۶. اگر بردار OM و ON مفروض باشند، مختصات بردار MN چیست؟

$\vec{OM} + \vec{ON}$ (۱) $\vec{OM} - \vec{ON}$ (۲) $\vec{ON} - \vec{OM}$ (۳) $\vec{ON} + \vec{OM}$ (۴)

۷. اگر $\vec{k} = \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\vec{z} = \frac{1}{3}\vec{k}$ باشد مختصات \vec{z} کدام گزینه است؟

$\begin{bmatrix} -2 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -18 \\ 6 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۴)

۸. سه برابر قرینه‌ی قرینه‌ی بردار $\vec{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \end{bmatrix}$ نسبت به مبدأ مختصات کدام گزینه است؟

$\begin{bmatrix} -6 \\ +8 \end{bmatrix}$ (۱) $\begin{bmatrix} -18 \\ +24 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} +6 \\ -8 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} +18 \\ -24 \end{bmatrix}$ (۴)

۹. اگر $n = 0$ باشد، آن گاه:

$$n\vec{x} = \vec{x} \quad (۴) \quad n\vec{x} = \vec{0} \quad (۳) \quad n\vec{x} = n \quad (۲) \quad n\vec{x} = -\vec{x} \quad (۱)$$

۱۰. اگر بردار $\vec{z} = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۱ \end{bmatrix}$ و $\vec{k} = \frac{1}{۴}\vec{z}$ باشد، مختصات $\vec{x} = ۶\vec{z} + ۸\vec{k}$ کدام گزینه است؟

$$\begin{bmatrix} -۶ \\ -۲۴ \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} -۲۴ \\ ۶ \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} -۳۲ \\ ۸ \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} -۱ \\ \frac{1}{۴} \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۱۱. اگر بردار $\vec{m} = \begin{bmatrix} ۴x - ۲ \\ ۴y + ۲ \end{bmatrix}$ و $\vec{n} = \begin{bmatrix} ۴x + ۸ \\ ۱۲ - ۴y \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $\vec{n} - \vec{m}$ برابر است با:

$$\begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۱۰ \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} -۱۰ \\ -۱۰ \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} ۴ \\ ۱۲ \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} -۴ \\ -۱۲ \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۱۲. اگر $\vec{a} = ۱۰\vec{i} - ۴\vec{j}$ و $\vec{b} = -۴\vec{a}$ و $\vec{c} = -۲\vec{b}$ باشد، حاصل \vec{c} کدام است؟

$$۴۰\vec{i} - ۱۶\vec{j} \quad (۴) \quad ۸۰\vec{i} - ۳۲\vec{j} \quad (۳) \quad -۸۰\vec{i} - ۳۲\vec{j} \quad (۲) \quad -۴۰\vec{i} + ۱۶\vec{j} \quad (۱)$$

۱۳. اگر $\vec{m}\vec{i} + \vec{n}\vec{j} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۸ \end{bmatrix}$ باشد، آن گاه $m + n$ چیست؟

$$-۶ \quad (۴) \quad +۶ \quad (۳) \quad +۴ \quad (۲) \quad -۴ \quad (۱)$$

۱۴. حاصل جمع دو بردار $\vec{x} = \vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{y} = \vec{i} - \vec{j}$ برابر است با:

$$۲\vec{i} \quad (۴) \quad ۲\vec{j} \quad (۳) \quad ۲\vec{i} - ۲\vec{j} \quad (۲) \quad ۲\vec{i} - \vec{j} \quad (۱)$$

۱۵. نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را با بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} ۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$ و سپس با $\vec{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ انتقال دادیم. مختصات نقطه‌ی جدید برابر است با:

$$\begin{bmatrix} ۷ \\ ۰ \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} ۰ \\ ۷ \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} ۵ \\ ۰ \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} ۰ \\ ۵ \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۱۶. نقطه‌ی $E = \begin{bmatrix} ۱۰ \\ -۱ \end{bmatrix}$ را با کدام بردار زیر می‌توان به مبدأ مختصات انتقال داد؟

$$\begin{bmatrix} ۱۰ \\ ۱ \end{bmatrix} \quad (۴) \quad \begin{bmatrix} -۱۰ \\ ۱ \end{bmatrix} \quad (۳) \quad \begin{bmatrix} ۱۰ \\ -۱ \end{bmatrix} \quad (۲) \quad \begin{bmatrix} -۱۰ \\ -۱ \end{bmatrix} \quad (۱)$$

۱۷. مقدار x را طوری پیدا کنید که دو بردار $\begin{bmatrix} x \\ -۳ \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} x - ۶ \\ ۶ \end{bmatrix}$ موازی باشند.

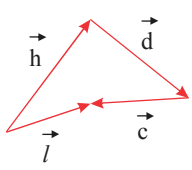
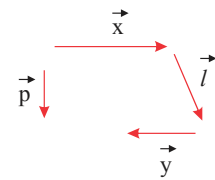
$$+۲ \quad (۴) \quad -۳ \quad (۳) \quad ۳ \quad (۲) \quad -۲ \quad (۱)$$

۱۸. حاصل جمع بردارهای مقابل برابر کدام گزینه است؟

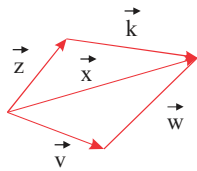


۱۹. حاصل جمع چهار بردار روبرو کدام است؟

$$۲\vec{l} \quad (۱) \quad \vec{l} \quad (۳)$$



$$\vec{d} \quad (۲) \quad \text{بردار صفر} \quad (۴)$$

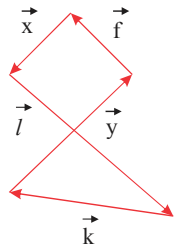


۲۰. در شکل مقابل بردار \vec{x} برابر با کدام گزینه است؟

- (۱) $2\vec{k} - \vec{w}$
 (۲) $\vec{k} + \vec{w}$
 (۳) $\vec{k} - \vec{w}$
 (۴) $\vec{z} + \vec{k}$

۲۱. n چقدر باشد که بردار $\vec{x} = \begin{bmatrix} -6n + 12 \\ 4n \end{bmatrix}$ موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
 (۲) 5
 (۳) $\frac{3}{5}$
 (۴) $\frac{6}{5}$



۲۲. برآیند همی بردارهای شکل مقابل کدام است؟

- (۱) $\vec{x} + \vec{f}$
 (۲) \vec{o}
 (۳) $\vec{k} + \vec{y}$
 (۴) \vec{l}

۲۳. اگر $A = \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ و $2\vec{AC} = \vec{BC}$ باشد. مختصات نقطه‌ی C کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -13 \\ 9 \end{bmatrix}$
 (۲) $\begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$
 (۳) $\begin{bmatrix} 8 \\ -4 \end{bmatrix}$
 (۴) $\begin{bmatrix} 5 \\ -7 \end{bmatrix}$

۲۴. در معادله‌ی مختصاتی مقابل مقدار x کدام است؟

$$4\vec{x} + 6 \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + 8 \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- (۱) $\begin{bmatrix} -18 \\ 36 \end{bmatrix}$
 (۲) $\begin{bmatrix} 18 \\ -36 \end{bmatrix}$
 (۳) $\begin{bmatrix} 36 \\ 18 \end{bmatrix}$
 (۴) $\begin{bmatrix} -36 \\ -18 \end{bmatrix}$

۲۵. اگر $\begin{bmatrix} 4x + 6 \\ 2y - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -16 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $y - x$ کدام گزینه است؟

- (۱) -2
 (۲) -10
 (۳) -4
 (۴) 3

۲۶. نقطه‌ی $p = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix}$ را سی بار تحت بردار $\vec{h} = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 1 \\ 15 \end{bmatrix}$ انتقال داده‌ایم. قرینه‌ی نقطه‌ی حاصل نسبت به محور عرض‌ها برابر است با:

- (۱) $\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$
 (۲) $\begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$
 (۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$
 (۴) $\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$

۲۷. اگر بردار \vec{OM} و \vec{ON} مفروض باشند، مختصات بردار \vec{MN} چیست؟

- (۱) $\vec{OM} + \vec{ON}$
 (۲) $\vec{OM} - \vec{ON}$
 (۳) $\vec{ON} - \vec{OM}$
 (۴) $\vec{ON} + \vec{OM}$

۲۸. اگر نقطه‌ی $V = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ را k بار با بردار $\vec{p} = \begin{bmatrix} t \\ f \end{bmatrix}$ انتقال دهیم، نقطه‌ی بدست آمده کدام گزینه خواهد بود؟

- (۱) $\begin{bmatrix} xkt \\ ykf \end{bmatrix}$
 (۲) $\begin{bmatrix} x - kt \\ y - kf \end{bmatrix}$
 (۳) $\begin{bmatrix} kt \\ kf \end{bmatrix}$
 (۴) $\begin{bmatrix} x + kt \\ y + kf \end{bmatrix}$

۲۹. نقطه‌ی $D = \begin{bmatrix} 2n - 6 \\ 4n + 8 \end{bmatrix}$ را که روی محور طول‌ها قرار دارد پنج بار تحت بردار $\vec{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix}$ و پنج بار دیگر تحت بردار

$\vec{y} = \begin{bmatrix} 0 \\ +4 \end{bmatrix}$ انتقال دهیم، قرینه‌ی حاصل نسبت به نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 15 \\ -20 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -15 \\ 20 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -20 \\ -15 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 20 \\ 15 \end{bmatrix}$

۳۰. اگر $\vec{h} = \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix}$ باشد، قرینه‌ی $3\vec{h}$ نسبت به نیم‌ساز دوم و چهارم برابر است با:

(۱) $\begin{bmatrix} -18 \\ 27 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -27 \\ 18 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 27 \\ -18 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 18 \\ -27 \end{bmatrix}$

۳۱. نقطه‌ی $M = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ را پنج بار متوالی با بردار \vec{W} انتقال داده‌ایم و به $N = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix}$ رسیده‌ایم. مختصات بردار \vec{W} کدام

گزینه است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$

۳۲. اگر $\vec{x} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$ و $\vec{y} = \frac{-\vec{x}}{2}$ باشد، مقدار عددی $\vec{k} = -\vec{x} + 2\vec{y}$ کدام گزینه است؟

(۱) $3\vec{i} - 5\vec{j}$ (۲) $10\vec{i} - 6\vec{j}$ (۳) $-10\vec{i} + 6\vec{j}$ (۴) $5\vec{i} - 3\vec{j}$

۳۳. نقطه‌ی $E = \begin{bmatrix} 3x - 7 \\ 3 - 2x \end{bmatrix}$ را که بر روی نیم‌ساز ناحیه‌ی دوم و چهارم قرار دارد، ۱۰ بار تحت بردار $\vec{x} = -2\vec{i}$ و بیست بار

تحت بردار $\vec{y} = -3\vec{j}$ انتقال می‌دهیم. نقطه‌ی حاصل کدام است؟

(۱) $\begin{bmatrix} -15 \\ -65 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 65 \\ 15 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -15 \\ 65 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 15 \\ -65 \end{bmatrix}$

۳۴. اندازه‌ی بردار $\vec{k} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + 2\vec{i} - 3\vec{j}$ کدام گزینه است؟

(۱) $\begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 0 \\ -2 \end{bmatrix}$

۳۵. زاویه‌ی بین $\vec{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$ و $\vec{y} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ چند درجه است؟

(۱) ۹۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۶۰ (۴) صفر

۳۶. اگر $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j}$ باشد، ثلث برآیند این دو بردار کدام گزینه است؟

(۱) $2\vec{i} - 2\vec{j}$ (۲) $3\vec{i} - 3\vec{j}$ (۳) $\vec{i} - \vec{j}$ (۴) $6\vec{i} - 6\vec{j}$

۳۷. اگر بردار $\vec{t} = \begin{bmatrix} 3n - 2 \\ n + 1 \end{bmatrix}$ با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه‌ی 45° درجه بسازد، n کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۳۸. مقدار x را در معادله‌ی مقابل به دست آورید.

$\begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix} + 6\vec{x} - 6\vec{j} + 10\vec{i} = 0$

(۱) $3\vec{i} + 2\vec{j}$ (۲) $-3\vec{i} - 2\vec{j}$ (۳) $-2\vec{i} + 3\vec{j}$ (۴) $-3\vec{i} + 2\vec{j}$

۳۹. بردار $\vec{T} = \begin{bmatrix} 3a-b \\ a+b \end{bmatrix}$ و $\vec{V} = \begin{bmatrix} 2b+1 \\ 3 \end{bmatrix}$ هم‌اندازه، موازی و مخالف جهت یکدیگر می‌باشند. مختصات $\vec{V} + 2\vec{T}$

کدام گزینه است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix}$

۴۰. در معادله $x\vec{j} + y\vec{j} = \begin{bmatrix} +4 \\ -12 \end{bmatrix}$ حاصل $x - y$ کدام است؟

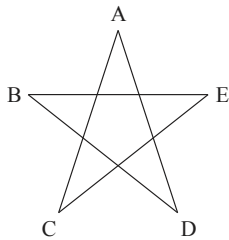
- (۱) -۴ (۲) -۱۶ (۳) ۱۶ (۴) +۴

۴۱. کدام نقطه‌ی زیر می‌تواند با دو نقطه‌ی $M = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $N = \begin{bmatrix} 3 \\ 10 \end{bmatrix}$ مثلث متساوی‌الساقین بسازد؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 1396 \\ 0 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 7 \\ 1396 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 1396 \\ 7 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 1396 \\ 3 \end{bmatrix}$

۴۲. نقطه‌ی M وسط نقاط $\begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ و $\begin{bmatrix} -5 \\ 12 \end{bmatrix}$ است. قرینه‌ی نقطه‌ی A نسبت به نقطه‌ی M کدام گزینه است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix}$ (۲) $\begin{bmatrix} 3 \\ -7 \end{bmatrix}$ (۳) $\begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ (۴) $\begin{bmatrix} 3 \\ 7 \end{bmatrix}$



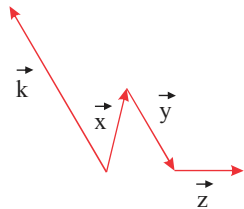
۴۳. با توجه به شکل کدام رابطه صحیح است؟

(۱) $\vec{AC} + \vec{CD} = \vec{AD} - \vec{BD} - \vec{EB}$

(۲) $\vec{AC} - \vec{CE} = \vec{AD} + \vec{BD} - \vec{EB}$

(۳) $\vec{AC} + \vec{CE} + \vec{EB} = \vec{AB} + \vec{BD}$

(۴) $\vec{AC} + \vec{CE} + \vec{EB} = \vec{AD} - \vec{BD}$



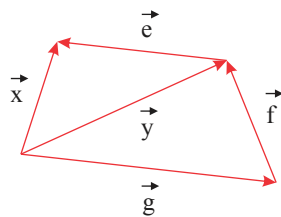
۴۴. با توجه به شکل کدام گزینه صحیح است؟

(۱) $\vec{x} + \vec{y} - \vec{z} = \vec{k}$

(۲) $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = -\vec{k}$

(۳) $\vec{x} - \vec{y} + \vec{z} = \vec{k}$

(۴) $\vec{x} - \vec{y} - \vec{z} = \vec{k}$



۴۵. با توجه به شکل کدام گزینه درست است؟

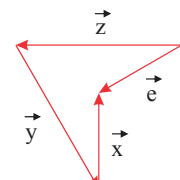
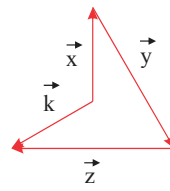
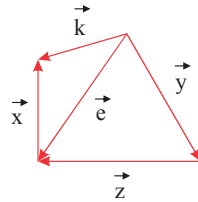
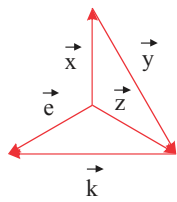
(۱) $\vec{x} + \vec{e} + \vec{y} = \vec{o}$

(۲) $\vec{f} + \vec{g} - \vec{x} = -\vec{e}$

(۳) $\vec{x} - \vec{y} = -\vec{e}$

(۴) $\vec{x} + \vec{e} = \vec{f} + \vec{g}$

۴۶. با توجه به شکل‌های زیر کدام یک از روابط برداری، گویای شکل مورد نظر نمی‌باشد؟



(۱) $\vec{x} + \vec{y} + \vec{k} = \vec{e}$

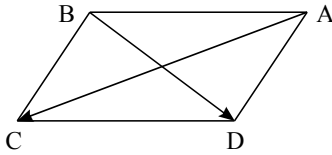
(۲) $\vec{e} + \vec{y} + \vec{k} = \vec{z}$

(۳) $\vec{x} + \vec{y} + \vec{z} = \vec{k}$

(۴) $\vec{z} + \vec{y} + \vec{x} = \vec{e}$

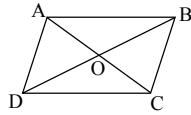
۴۷. بردارهای $\vec{AC} = -5\vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{BD} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$ بردارهای قطره‌ای متوازی‌الاضلاع زیر هستند. مختصات \vec{DA}

کدام است؟



۶ ریاضیات هشتم - فصل پنجم - سطح متوسط و سخت سلام البرز دوره اول

$$\begin{aligned} \vec{4i} & \quad (2) & \vec{-i - 2j} & \quad (1) \\ \vec{6i} & \quad (4) & \vec{-i + 5j} & \quad (3) \end{aligned}$$

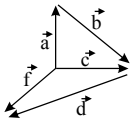


۴۸. با توجه به شکل، حاصل عبارت $\vec{OC} - \vec{OA}$ کدام یک از بردارهای زیر است؟

$$\begin{aligned} \vec{OB} & \quad (2) & \vec{CA} & \quad (1) \\ \vec{BD} & \quad (4) & \vec{AC} & \quad (3) \end{aligned}$$

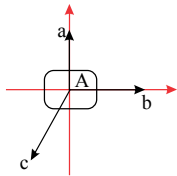
۴۹. اگر بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2x - 1 \\ 2y + 1 \end{bmatrix}$ نصف و قرینه بردار $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2x + 4 \\ 6 - 2y \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $x - y$ کدام است؟

$$\begin{aligned} -11 & \quad (4) & -\frac{3}{11} & \quad (3) & \frac{11}{3} & \quad (2) & \frac{1}{3} & \quad (1) \end{aligned}$$



۵۰. با توجه به شکل مقابل کدام رابطه درست است؟

$$\begin{aligned} \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} &= \vec{d} + \vec{f} & (1) \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{d} &= \vec{f} & (2) \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} &= \vec{d} & (3) \\ \vec{a} + \vec{b} + \vec{d} + \vec{f} &= \vec{c} & (4) \end{aligned}$$



۵۱. جسم A توسط سه نیروی a ، b و c کشیده می شود. جهت حرکت جسم تقریباً چگونه خواهد بود؟



۵۲. نقطه $M = \begin{bmatrix} x - 5 \\ 2x + 6 \end{bmatrix}$ را که بر محور طول ها قرار دارد. ده بار تحت بردار $\vec{a} = \frac{3}{2}\vec{i} - \frac{1}{5}\vec{j}$ انتقال می دهیم. مختصات

نقطه جدید کدام است؟

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} & \quad (4) & \begin{bmatrix} -2 \\ -7 \end{bmatrix} & \quad (3) & \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix} & \quad (2) & \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix} & \quad (1) \end{aligned}$$

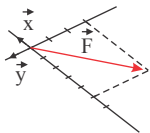
۵۳. اگر $\vec{a} = (m - 7)\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j}$ و $\vec{b} = -5\vec{i} + (\frac{3n - 2}{3})\vec{j}$ نسبت به محور طول ها قرینه باشند، مقدار mn کدام

است؟

$$\frac{1}{3} \quad (4) \quad \frac{1}{12} \quad (3) \quad \frac{1}{2} \quad (2) \quad 3 \quad (1)$$

۵۴. اگر نقطه $F = \begin{bmatrix} n - 2 \\ -5 \end{bmatrix}$ در ناحیه سوم دستگاه مختصات قرار داشته باشد، کدام رابطه همواره درست است؟

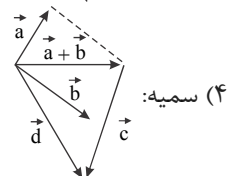
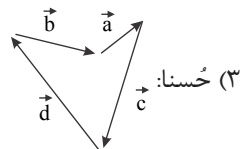
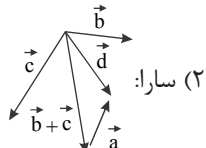
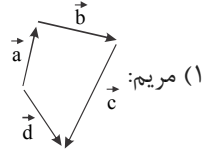
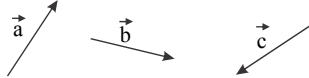
$$0 < n \leq 2 \quad (4) \quad n > 2 \quad (3) \quad 2 < n < 3 \quad (2) \quad n < 2 \quad (1)$$



۵۵. با توجه به شکل، بردار $(-F)$ بر حسب بردارهای x و y ، کدام است؟

- (۱) $5\vec{y} - 3\vec{x}$
 (۲) $5\vec{y} + 3\vec{x}$
 (۳) $3\vec{y} + 5\vec{x}$
 (۴) $-3\vec{y} - 5\vec{x}$

۵۶. چهار دانش‌آموز برای پیدا کردن جمع سه بردار زیر، راه‌حل‌های متفاوتی ارائه کرده‌اند. اگر بردار d حاصل جمع این سه بردار باشد، کدام دانش‌آموز درست عمل نکرده است؟



۵۷. بردار a نسبت به بردار $b = \frac{-2}{3}a$ چه وضعیتی دارد؟

- (۱) موازی، هم‌جهت و کوچک‌تر
 (۲) هم‌راستا، مختلف‌الجهت و بزرگ‌تر
 (۳) هم‌راستا، هم‌جهت و بزرگ‌تر
 (۴) مختلف‌الجهت و کوچک‌تر و ناموازی

۵۸. اگر $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3-4m \\ 2n+1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} -2m-6 \\ 2n-2 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = 2\vec{a}$ باشد، $n+m$ کدام است؟

- (۱) صفر
 (۲) -4
 (۳) 4
 (۴) $-\frac{3}{4}$

۵۹. اگر $\vec{a} = -\frac{1}{3}\vec{i} + \vec{j}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{y} - \vec{j}$ و $\vec{a} - \vec{b} - \frac{1}{6}\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{y} - \vec{j}$ ، مختصات بردار y کدام است؟

- (۱) $\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix}$
 (۲) $\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$
 (۳) $\begin{bmatrix} 0 \\ 10 \end{bmatrix}$
 (۴) $\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix}$

۶۰. اگر m و n دو عدد طبیعی باشند، حاصل کدام عبارت، یک عدد فرد است؟

- (۱) $2m \times 2n$
 (۲) $2n \times (2m - 1)$
 (۳) $2n + 2m - 1$
 (۴) $2n + 2m$

۱. گزینه ۲ اگر دو نقطه نسبت به مبدأ مختصات قرینه‌ی یکدیگر باشند مؤلفه‌ی طول و عرض آن‌ها قرینه‌ی یکدیگر خواهد بود.
بنابراین:

$$M = -N$$

$$\begin{bmatrix} 2a - 1 \\ a + b \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 3 - a \\ b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2a - 1 = -3 + a \Rightarrow 2a - a = -3 + 1 \Rightarrow \boxed{a = -2}$$

$$a + b = -b + 2 \Rightarrow -2 + b + b = 2 \Rightarrow 2b = +2 + 2 \Rightarrow 2b = 4 \Rightarrow \boxed{b = 2}$$

$$M = \begin{bmatrix} -5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad N = \begin{bmatrix} +5 \\ 0 \end{bmatrix}$$

۲. گزینه ۴ با توجه به این که دو نیروی e و f دارای مبدأ مشترکی هستند برآیند آن‌ها از روش متوازی‌الاضلاع بدست می‌آید و حاصل جمع آن‌ها قطر متوازی‌الاضلاع خواهد بود.

۳. گزینه ۳ با توجه به این که مجموع دو بردار صفر است قرینه‌ی یکدیگرند و در خلاف جهت یکدیگرند.

۴. گزینه ۴ با توجه به مختصات هر بردار، هم‌اندازه و خلاف جهت هم می‌باشند.

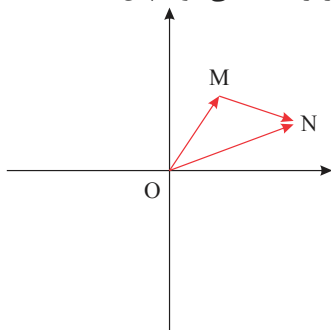
۵. گزینه ۳ چون حاصل جمع دو بردار \vec{a} و \vec{b} در امتداد محور عرض هاست پس طول برابر صفر است.

$$\text{یعنی: } 0 = m + 5 \text{ پس } m = -5 \text{ و عرض بردار } \vec{b} \leftarrow b = 2 \times -5 + 1 = -9$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} 5 \\ 14 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 5 \\ 14 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \end{bmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

۶. گزینه ۳ با توجه به شکل ملاحظه می‌کنیم که جمع دو بردار OM و MN به روش مثلثی برابر \vec{ON} می‌شود، پس:



$$\vec{OM} + \vec{MN} = \vec{ON}$$

$$\vec{MN} = \vec{ON} - \vec{OM}$$

۷. گزینه ۴

$$\vec{z} = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{z} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \times -6 \\ \frac{1}{3} \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

۸. گزینه ۴ سه برابر قرینه‌ی بردار را بدست آورده و سپس نسبت به مبدأ مختصات آن را قرینه می‌کنیم.

$$-3 \times \begin{bmatrix} 6 \\ -8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ +24 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدأ مختصات}} \begin{bmatrix} +18 \\ -24 \end{bmatrix}$$

۹. گزینه ۳ ضرب عدد صفر در هر بردار حاصل بردار صفر خواهد بود.

۱۰. گزینه ۲

$$\vec{z} = \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{k} = \frac{1}{4} \vec{z} = \frac{1}{4} \times \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = 6\vec{z} + 8\vec{k} \Rightarrow \vec{x} = 6 \times \begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix} + 8 \times \begin{bmatrix} -1 \\ \frac{1}{4} \end{bmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -24 \\ 6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -8 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -32 \\ 8 \end{bmatrix}$$

۱۱. گزینه ۴

$$\vec{m} = \begin{bmatrix} 4x - 2 \\ 4y + 2 \end{bmatrix}$$

$$\vec{n} = \begin{bmatrix} 4x + 8 \\ 12 - 4y \end{bmatrix}$$

$$\vec{n} - \vec{m} = \begin{bmatrix} 4x + 8 \\ 12 + 4y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4x - 2 \\ 4y + 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{n} - \vec{m} = \begin{bmatrix} \cancel{4x} + 8 - \cancel{4x} + 2 \\ 12 + \cancel{4y} - \cancel{4y} - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 10 \end{bmatrix}$$

۱۲. گزینه ۳

$$\vec{a} = 10\vec{i} - 4\vec{j} \quad \vec{b} = -4\vec{a} \quad \vec{c} = -2\vec{b}$$

$$\vec{b} = -4(10\vec{i} - 4\vec{j}) \Rightarrow \vec{b} = -40\vec{i} + 16\vec{j}$$

$$\vec{c} = -2(-40\vec{i} + 16\vec{j}) \Rightarrow \vec{c} = +80\vec{i} - 32\vec{j}$$

۱۳. گزینه ۴

$$m\vec{i} + n\vec{j} = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow m \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + n \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} m = 2 \\ n = -8 \end{matrix}$$

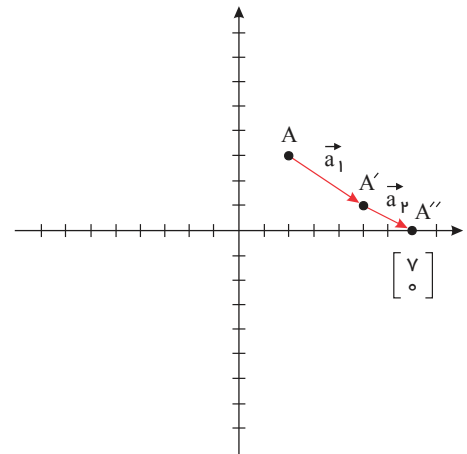
$$m + n = 2 + (-8) = -6$$

۱۴. گزینه ۴

$$\vec{x} + \vec{y} = \vec{i} + \cancel{\vec{j}} + \vec{i} - \cancel{\vec{j}} = 2\vec{i}$$

۱۵. گزینه ۴

$$A = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}$$



۱۶. گزینه ۳ با توجه به رابطه: ابتدای بردار + طول بردار = انتهای بردار، می توان این طور نتیجه گرفت که اگر نقطه‌ی E ابتدای بردار انتقال باشد و مبدأ مختصات انتهای بردار پس مختصات بردار انتقال این گونه محاسبه می شود:

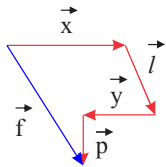
$$\vec{EO} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 10 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{EO} = \begin{bmatrix} -10 \\ +1 \end{bmatrix}$$

۱۷. گزینه ۴ برای موازی بودن دو بردار بایستی نسبت بین مؤلفه‌های طول و عرض بردارها با هم مساوی باشند.

$$\frac{x}{-3} = \frac{x-6}{6} \Rightarrow 6x = -3x + 18 \Rightarrow 9x = 18 \Rightarrow \boxed{x = 2}$$

۱۸. گزینه ۲

یک بردار را انتخاب کرده و بقیه‌ی بردارها را بصورت متوالی از انتهای آن رسم می کنیم و طبق شکل بردار مجموع



بردار f خواهد بود.

۱۹. گزینه ۱

$$\underbrace{(\vec{h} + \vec{d} + \vec{c})}_{+\vec{l}} + \vec{l} = +\vec{l} + \vec{l} = 2\vec{l}$$

۲۰. گزینه ۴ با توجه به قانون مثلثی در جمع بردارها حاصل جمع دو بردار $\vec{k} + \vec{z}$ برابر با بردار \vec{x} خواهد بود.

۲۱. گزینه ۴ برای این که برداری موازی نیم‌ساز ربع اول و سوم باشد بایستی نسبت مؤلفه‌ی طول به مؤلفه‌ی عرض آن برابر با یک باشد یعنی مؤلفه‌ی طول و عرض آن یکسان باشد.

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -6n + 12 \\ 4n \end{bmatrix}$$

$$-6n + 12 = 4n \Rightarrow -6n - 4n = -12 \Rightarrow -10n = -12 \Rightarrow n = \frac{12}{10} = \frac{6}{5}$$

۲۲. گزینه ۲ با استفاده از قانون مثلثی مجموع کل بردارهای شکل صفر خواهد بود.

۲۳. گزینه ۱

$$\vec{AC} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x+6 \\ y-4 \end{bmatrix} \Rightarrow 2\vec{AC} = \begin{bmatrix} 2x+12 \\ 2y-8 \end{bmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 2x+12 \\ 2y-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x-1 \\ y+1 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} 2x+12 = x-1 \rightarrow 2x-x = -12-1 \rightarrow x = -13 \\ 2y-8 = y+1 \rightarrow 2y-y = +8+1 \rightarrow y = +9 \end{cases}$$

۲۴. گزینه ۴

$$2\vec{x} + 6 \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + 8 \begin{bmatrix} -6 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 4\vec{x} + \begin{bmatrix} 24 \\ 48 \end{bmatrix} = 2\vec{x} + \begin{bmatrix} -48 \\ 16 \end{bmatrix} \Rightarrow 4\vec{x} - 2\vec{x} = \begin{bmatrix} -24 \\ -48 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -48 \\ 16 \end{bmatrix}$$

$$2\vec{x} = \begin{bmatrix} -72 \\ -32 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{x} = \begin{bmatrix} -36 \\ -16 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲

$$\begin{bmatrix} 4x + 6 \\ 2y - 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 \\ -16 \end{bmatrix}$$

$$4x + 6 = 18 \Rightarrow 4x = 18 - 6 \Rightarrow 4x = 12 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$2y - 2 = -16 \Rightarrow 2y = -16 + 2 \Rightarrow 2y = -14 \Rightarrow \boxed{y = -7}$$

$$y - x = -7 - 3 = -10$$

گزینه ۱

$$\begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix} + 3 \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \\ 1 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

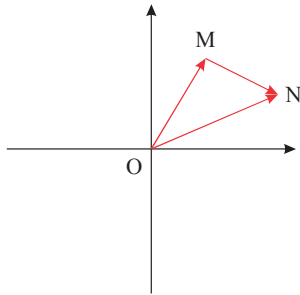
$$\begin{bmatrix} -3 \\ 0 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{(طول قرینه می شود)}]{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲۷

مطابق شکل همان طور که مشاهده می کنید:

جمع دو بردار \vec{OM} و \vec{MN} به روش مثلثی برابر \vec{ON} می شود.

$$\vec{OM} + \vec{MN} = \vec{ON} \rightarrow \vec{MN} = \vec{ON} - \vec{OM}$$



گزینه ۲۸

$$V = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + k \times \begin{bmatrix} t \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x + kt \\ y + kf \end{bmatrix}$$

گزینه ۲۹ نقطه‌ی d روی محور طولهاست و عرض آن صفر است. $4n + 8 = 0 \leftarrow$

$$D = \begin{bmatrix} 2n - 6 \\ 4n + 8 \end{bmatrix}$$

$$4n + 8 = 0 \Rightarrow 4n = -8 \Rightarrow \boxed{n = -2}$$

$$D = \begin{bmatrix} 2 \times -2 - 6 \\ 4 \times -2 + 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow D' = \begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 6 \\ -1 \end{bmatrix} + 5 \begin{bmatrix} 0 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$D' = \begin{bmatrix} -10 + 30 + 0 \\ 0 - 5 + 20 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 15 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳۰

$$\vec{h} = \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix}$$

$$3\vec{h} = 3 \begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -18 \\ 27 \end{bmatrix} \xrightarrow[\text{هم جای } x \text{ و } y \text{ عوض می شود و هم هر دو قرینه می شوند.}]{\text{قرینه نسبت به ربع دوم و چهارم}} \begin{bmatrix} -27 \\ +18 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲

$$M = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} + 5\vec{W} = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} \Rightarrow 5\vec{W} = \begin{bmatrix} 12 \\ -8 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow 5\vec{W} = \begin{bmatrix} 12-2 \\ -8+3 \end{bmatrix}$$

$$5\vec{W} = \begin{bmatrix} 10 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{W} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \vec{y} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +\frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix}$$

$$\vec{k} = -\vec{x} + 2\vec{y} = -\begin{bmatrix} -5 \\ 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} \frac{5}{2} \\ -\frac{3}{2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ -6 \end{bmatrix} = 10\vec{i} - 6\vec{j}$$

گزینه ۱ اگر نقطه‌ای روی نیم‌ساز ربع دوم و چهارم باشد دارای طول و عرض قرینه است.

$$E = \begin{bmatrix} 3x - 7 \\ 3 - 2x \end{bmatrix} \Rightarrow 3x - 7 = -(3 - 2x) \Rightarrow 3x - 7 = -3 + 2x \Rightarrow 3x - 2x = +7 - 3 \Rightarrow x = 4$$

$$E = \begin{bmatrix} 3 \times 4 - 7 \\ 3 - 2 \times 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 - 7 \\ 3 - 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} + 10 \times \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + 20 \times \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$$

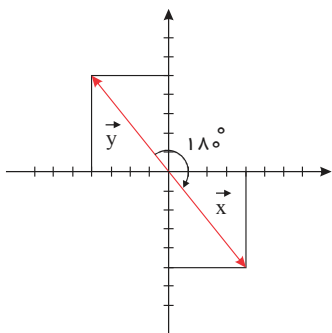
$$= \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -20 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -15 \\ -65 \end{bmatrix}$$

گزینه ۳

$$\vec{k} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + 2\vec{i} - 3\vec{j} \Rightarrow \vec{k} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{k} = \begin{bmatrix} -4 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \vec{k} = \begin{bmatrix} -4+2-0 \\ 3+0-3 \end{bmatrix} \rightarrow \vec{k} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲

با توجه به مختصات دو بردار متوجه می‌شویم که دو بردار قرینه‌ی یکدیگرند بنابراین زاویه‌ی بین آن‌ها 180° خواهد بود.

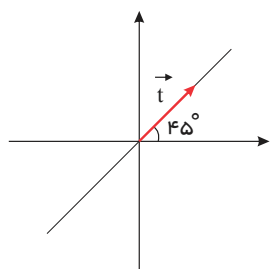
گزینه ۳

$$\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j} \quad \vec{b} = -3\vec{i} - \vec{j} \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{برآیند} = \vec{a} + \vec{b} = \begin{bmatrix} +3 \\ -3 \end{bmatrix} = 3\vec{i} - 3\vec{j}$$

$$\vec{a} + \vec{b} = \frac{\vec{a} + \vec{b}}{3} = \frac{3\vec{i} - 3\vec{j}}{3} = \vec{i} - \vec{j}$$

۳۷. گزینه ۲



وقتی برداری با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه‌ی 45° درجه بسازد روی نیم‌ساز ناحیه‌ی اول و سوم قرار دارد، پس طول و عرض آن با هم برابر است. بنابراین:

$$\vec{t} = \begin{bmatrix} 3n - 2 \\ n + 1 \end{bmatrix} \Rightarrow 3n - 2 = n + 1 \Rightarrow 3n - n = +2 + 1 \Rightarrow 2n = 3 \Rightarrow n = \frac{3}{2}$$

۳۸. گزینه ۴

$$\begin{bmatrix} 8 \\ -6 \end{bmatrix} + 6\vec{x} - 6\vec{j} + 1 \cdot i = 0 \Rightarrow (8i - 6j) + 6\vec{x} - 6\vec{j} + 1 \cdot i = 0 \Rightarrow 8i - 6j + 6\vec{x} - 6\vec{j} + 1 \cdot i = 0$$

= 0

$$18i - 12j + 6\vec{x} = 0 \Rightarrow 6\vec{x} = -18i + 12j \Rightarrow \vec{x} = -3i + 2j$$

۳۹. گزینه ۱

$$\vec{T} = \begin{bmatrix} 3a - b \\ a + b \end{bmatrix}, \quad \vec{V} = \begin{bmatrix} 2b + 1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

چون دو بردار \vec{T} و \vec{V} قرینه‌ی هم هستند. پس داریم: $\vec{T} = -\vec{V}$

$$-\begin{bmatrix} 3a - b \\ a + b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2b + 1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow 2b + 1 = -(3a - b) \Rightarrow 2b + 1 = -3a + b$$

$$\Rightarrow 2b - b = -3a - 1 \Rightarrow b = -3a - 1 \Rightarrow 1 = -3a - b$$

مقدار b را در $3 = -a - b$ جای‌گذاری می‌کنیم.

$$3 = -a - (-3a - 1) \Rightarrow 3 = -a + 3a + 1 \Rightarrow 3 = 2a + 1 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$b = -3 \times 1 - 1 = -4$$

$$\vec{V} = \begin{bmatrix} 2 \times -4 + 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix}, \quad \vec{T} = -\vec{V} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\vec{V} + 2\vec{T} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 14 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -3 \end{bmatrix}$$

۴۰. گزینه ۳

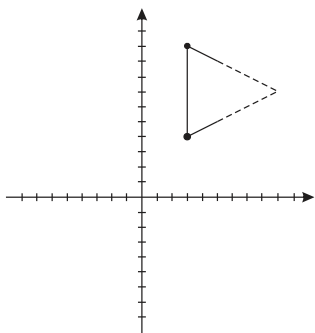
$$x\vec{i} + y\vec{j} = \begin{bmatrix} +4 \\ -12 \end{bmatrix} \Rightarrow x \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + y \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ -12 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +4 \\ -12 \end{bmatrix}$$

$$x = +4, \quad y = -12 \Rightarrow x - y = 4 - (-12) = 16$$

گزینه ۳

با توجه به شکل مختصات نقطه‌ی رأس مثلث حتماً می‌بایستی دارای عرض ۷ باشد زیرا تفاضل عرض‌های دو زاویه‌ی مجاور قاعده‌ی ۶ = ۴ - ۱۰ است و عرض زاویه‌ی رأس بایستی حد وسط تفاضل عرض‌های زاویه‌های مجاور قاعده باشد و گزینه‌ی ۳ دارای عرض ۷ می‌باشد.



گزینه ۱ با توجه به این نکته که مؤلفه‌ی نقطه‌ی وسط این دو نقطه برابر است با میانگین مؤلفه‌های طول و عرض آن دو نقطه. بنابراین:

$$x_M = \frac{-5 + 3}{2} = \frac{-2}{2} = -1$$

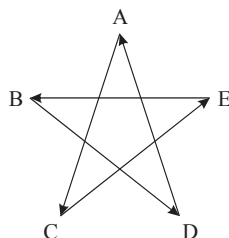
$$y_M = \frac{-6 + 12}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$M \text{ مختصات نقطه‌ی } = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به نقطه‌ی } \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}} M' = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \end{bmatrix}$$

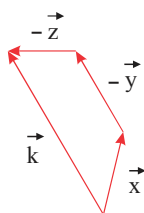
گزینه ۴

جهت بردارها در شکل به این صورت است. پس: $\vec{AC} + \vec{CE} + \vec{EB} = \vec{AD} - \vec{BD}$



گزینه ۴

با رسم بردارهای مساوی $-y$, $-z$ از انتهای بردار \vec{x} داریم:



$$\vec{x} - \vec{y} - \vec{z} = \vec{k} \rightarrow \vec{k} + \vec{y} + \vec{z} = \vec{x}$$

$$\rightarrow \vec{k} - \vec{x} = -\vec{y} - \vec{z} \rightarrow \vec{k} - \vec{x} = -(\vec{y} + \vec{z})$$

$$\rightarrow \vec{k} = \vec{x} - \vec{y} - \vec{z}$$

گزینه ۲

$$\begin{cases} \vec{x} + \vec{f} = \vec{y} \\ \vec{y} + \vec{e} = \vec{x} \end{cases} \rightarrow \vec{g} + \vec{y} + \vec{e} = \vec{x} \rightarrow \vec{f} + \vec{g} - \vec{x} = -\vec{e}$$

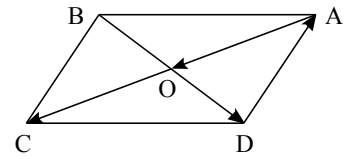
گزینه ۳ طبق تعریف بردار مجموع که بردار است که ابتدای بردار اول را به انتهای آخرین بردار متصل می‌کند، مشاهده می‌شود که در گزینه‌ی سوم جمع بردارها گویای شکل سوم نیست.

گزینه ۱ در متوازی‌الاضلاع داریم: $\vec{AO} + \vec{OD} = \vec{DA}$ از طرفی:

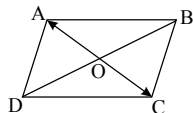
$$\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}(-5\vec{i} - 2\vec{j}) \Rightarrow \overrightarrow{AO} = -2,5\vec{i} - \vec{j}$$

$$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2}\overrightarrow{BD} = \frac{1}{2}(3\vec{i} - 2\vec{j}) \Rightarrow \overrightarrow{OD} = 1,5\vec{i} - \vec{j}$$

$$\overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow -2,5\vec{i} - \vec{j} + 1,5\vec{i} - \vec{j} = \overrightarrow{AD} \Rightarrow \overrightarrow{AD} = -\vec{i} - 2\vec{j}$$



۴۸. گزینه ۳ می‌دانیم قرینه‌ی بردار OA برابر AO می‌باشد، بنابراین:



$$\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{AO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{AC}$$

پس گزینه ۳ درست است.

۴۹. گزینه ۲ راه حل اول:

$$\vec{a} = -\frac{1}{2}\vec{b} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x-1 \\ 2y+1 \end{bmatrix} = -\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2x+4 \\ 6-2y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x-1 \\ 2y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -x-2 \\ -3+y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2x-1 = -x-2 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ 2y+1 = -3+y \Rightarrow y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow x-y = -\frac{1}{3} + 4 = \frac{11}{3}$$

راه حل دوم:

$$-2\vec{a} = \vec{b} \Rightarrow -2 \begin{bmatrix} 2x-1 \\ 2y+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+4 \\ 6-2y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -4x+2 \\ -4y-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2x+4 \\ 6-2y \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} -4x+2 = 2x+4 \Rightarrow -6x = 2 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \\ -4y-2 = 6-2y \Rightarrow -2y = 8 \Rightarrow y = -4 \end{array} \right\} \Rightarrow x-y = -\frac{1}{3} + 4 = \frac{11}{3}$$

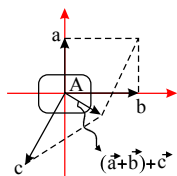
۵۰. گزینه ۲

$$\underbrace{\vec{a} + \vec{b}}_{\vec{c}} + \vec{d} = \vec{f}$$

۵۱. گزینه ۴ ابتدا بردار حاصل جمع \vec{a} و \vec{b} را به دست آورده، سپس بردار حاصل جمع دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و \vec{c} را به دست

می‌آوریم:

(تمای این بردارها در یک صفحه قرار دارند.)



۵۲. گزینه ۲ چون نقطه M بر محور طولها قرار دارد، پس عرض آن صفر است، یعنی:

$$2x + 6 = 0 \Rightarrow 2x = -6 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow M = \begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix}$$

از طرفی $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix}$ و بردار انتقال برابر است با:

$$10 \vec{a} = 10 \times \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ -\frac{1}{5} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 \\ -2 \end{bmatrix}$$

پس مختصات نقطه جدید برابر است با:

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$$

۵۳. گزینه ۴ نکته: چون \vec{a} و \vec{b} نسبت به محور طول‌ها قرینه هستند، پس طول‌هایشان برابر است و عرض‌هایشان قرینه هستند.

$$\begin{cases} \vec{a} = \begin{bmatrix} m-7 \\ \frac{1}{2} \end{bmatrix} \\ \vec{b} = \begin{bmatrix} -5 \\ \frac{3n-2}{3} \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m-7 = -5 \Rightarrow m = 2 \\ \frac{1}{2} = -\frac{3n-2}{3} \Rightarrow 3 = -2(3n-2) \Rightarrow 3 = -6n+4 \Rightarrow 6n = 1 \Rightarrow n = \frac{1}{6} \end{cases}$$

بنابراین:

$$m \cdot n = 2 \times \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

۵۴. گزینه ۱ نقطه F در ناحیه سوم دستگاه مختصات قرار دارد، پس طول و عرض آن هر دو کوچک‌تر از صفر است، پس باید $n - 2$ عددی منفی شود، پس همواره n باید عددی کوچک‌تر از ۲ باشد، با توجه به گزینه‌ها، تنها گزینه ۱ همواره درست است.

۵۵. گزینه ۳ با توجه به حاصل جمع (برآیند) دو بردار داریم:

$$\vec{F} = -5\vec{x} - 3\vec{y}$$

$$\text{پس: } -\vec{F} = 5\vec{x} + 3\vec{y}$$

۵۶. گزینه ۳ روش مریم: مریم بردارها را به‌طور متوالی رسم کرده و حاصل جمع را پیدا کرده است.

روش سارا: سارا حاصل جمع \vec{b} و \vec{c} را با هم‌مبدأ کردن آن‌ها پیدا کرده و سپس \vec{a} را به‌طور متوالی با این حاصل جمع کرده و \vec{d} را به‌دست آورده است.

روش حسنا: حسنا بردارهای \vec{a} ، \vec{b} و \vec{c} را به‌طور متوالی پشت هم رسم کرده است، اما جهت حاصل جمع را درست در نظر نگرفته است. روش سمیه: حاصل جمع بردارهای \vec{b} و \vec{a} را با هم‌مبدأ کردن آن‌ها پیدا کرده و سپس \vec{c} را به‌طور متوالی با این حاصل جمع کرده است تا \vec{b} به‌دست آید.

بنابراین حسنا درست عمل نکرده است.

۵۷. گزینه ۲ در محاسبه \vec{b} ، ضریب \vec{a} عددی منفی است، بنابراین بردار a و بردار b هم‌راستا و خلاف جهت هم هستند. همچنین ضریب \vec{a} بین -1 و 1 است، بنابراین اندازه بردار b کوچک‌تر از اندازه بردار a خواهد بود، پس گزینه ۲ درست است.

۵۸. گزینه ۱ با توجه به اینکه $\vec{b} = 2\vec{a}$ پس:

با حل معادله مقدار m و n را به‌دست می‌آوریم:

$$\begin{bmatrix} -2m-6 \\ 2n-2 \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 3-4m \\ 2n+1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2m-6 \\ 2n-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6-8m \\ 4n+2 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2m-6 = 6-8m \Rightarrow 6m = 12 \Rightarrow m = 2 \\ 2n-2 = 4n+2 \Rightarrow -2n = 4 \Rightarrow n = -2 \end{cases}$$

در نتیجه: $2 + (-2) = 0$ و $m + n = 0$

۵۹. گزینه ۲ با قرار دادن مختصات \vec{a} ، \vec{b} و $\vec{j} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ در معادله، مقدار \vec{y} را محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 2 \end{bmatrix}$$

در نتیجه:

$$3(\vec{a} - \vec{b} - \frac{1}{6}\vec{y}) = \frac{1}{2}\vec{y} - \vec{j}$$

$$3\vec{a} - 3\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{y} - \vec{j} \Rightarrow 3 \begin{bmatrix} -\frac{1}{3} \\ 1 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} \frac{1}{3} \\ 2 \end{bmatrix} - \frac{1}{2}\vec{y} = \frac{1}{2}\vec{y} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{2}\vec{y} + \frac{1}{2}\vec{y} \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix} = \vec{y}$$

پس گزینه ۲ درست است.

۶۰. گزینه ۳ با توجه به اینکه $2m$ و $2n$ دو عدد زوج هستند، حاصل ضرب و حاصل جمع آنها نیز عددی زوج است، پس حاصل گزینه‌های ۱ و ۴ حتماً عددی زوج می‌باشد.

از طرفی می‌دانیم حاصل ضرب یک عدد زوج در عددی فرد نیز زوج است، یعنی:

$$2n \times (2m - 1) = \underbrace{2[n(2m - 1)]}_{\text{عددی زوج است}}$$

پس عبارت گزینه ۳ فرد است.

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۴۷۷۵۶۷

۳ -۵	۴ -۴	۳ -۳	۴ -۲	۲ -۱
۲-۱۰	۳ -۹	۴ -۸	۴ -۷	۳ -۶
۴-۱۵	۴-۱۴	۴-۱۳	۳-۱۲	۴-۱۱
۴-۲۰	۱-۱۹	۲-۱۸	۴-۱۷	۳-۱۶
۲-۲۵	۴-۲۴	۱-۲۳	۲-۲۲	۴-۲۱
۲-۳۰	۴-۲۹	۴-۲۸	۳-۲۷	۱-۲۶
۲-۳۵	۳-۳۴	۱-۳۳	۲-۳۲	۲-۳۱
۳-۴۰	۱-۳۹	۴-۳۸	۲-۳۷	۳-۳۶
۲-۴۵	۴-۴۴	۴-۴۳	۱-۴۲	۳-۴۱
۲-۵۰	۲-۴۹	۳-۴۸	۱-۴۷	۳-۴۶
۳-۵۵	۱-۵۴	۴-۵۳	۲-۵۲	۴-۵۱
۳-۶۰	۲-۵۹	۱-۵۸	۲-۵۷	۳-۵۶